

Nantes, février 2024

Vincent Colin (encadrant) et Baptiste Chantraine (co-encadrant)
Laboratoire de Mathématiques Jean Leray
UMR 6629 du CNRS
email : vincent.colin@univ-nantes.fr, baptiste.chantraine@univ-nantes.fr

Projet de thèse "Dynamique de Reeb en dimension trois : livres brisés et cas Morse-Bott"

L'étude des propriétés dynamiques des champs de Reeb sur les variétés de dimension trois est un problème que l'on peut faire remonter à Poincaré et son étude du problème des trois corps de la fin du XIX^{ème} siècle. Un point clé est la recherche de sections de Birkhoff, qui sont des surfaces compactes dont l'intérieur est transverse au flot et bordées par des orbites périodiques. L'existence de ces sections est maintenant établie sous des hypothèses génériques [CDHR]. Une étape clé dans la preuve de ce résultat est l'introduction par Colin-Dehornoy-Rechtman [CDR] de la notion intermédiaire de livre brisé porteur d'un flot de Reeb. Ce projet de thèse propose d'effectuer une étude systématique de la notion : unicité des structures de contact portées, opérations de stabilisation et chirurgies possibles. On se posera également la question du genre minimal atteignable : peut-on toujours trouver un livre ouvert porteur dont les pages sont de genre au plus 1, voire nul ? Il s'agit également de comprendre dans quelle mesure cette notion peut s'adapter en abaissant les hypothèses de généricité. Le cas d'étude sera celui des formes de contact Morse-Bott, pour lesquelles les orbites périodiques arrivent en paquets de variétés. Il s'agira d'obtenir un équivalent du résultat "*2 ou un infinité d'orbites périodiques*" du type "*1, 2, ou une infinité de variétés Morse-Bott d'orbites périodiques*".

Références

- [CDR] V. Colin P. Dehornoy and A. Rechtman, *On the existence of supporting broken book decompositions for contact forms in dimension three*, Invent. Math. 231 (2023), 1489–1539.
- [CDHR] V. Colin, P. Dehornoy, U. Hryniewicz and A. Rechtman, *Generic properties of 3-dimensional Reeb flows : Birkhoff sections and entropy*, Comment. Math. Helv., to appear.

Vincent Colin

Baptiste Chantraine