

Projet doctoral

11 mars 2024

Titre : Homologie de Khovanov et surfaces exotiques non-compactes

Directeur de Thèse :

Marco Golla

CNRS et Laboratoire Mathématiques Jean Leray

Nantes Université

marco.golla@univ-nantes.fr

<https://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~golla>

Description du projet de thèse

La topologie des variétés de dimension 4 est assez bizarre : 4 est la seule dimension où une variété topologique compacte peut admettre une infinité de structures différentielles différentes, ainsi que la seule dimension où \mathbb{R}^n porte plusieurs structures différentielles deux à deux non difféomorphes. (Au fait, \mathbb{R}^4 admet une infinité *non dénombrable* de structures différentielles.)

Les surfaces (plongées, immergées, ou à singularités coniques) dans les 4-variétés peuvent être utilisées pour détecter des phénomènes exotiques, mais elles sont aussi un sujet intéressant en elles mêmes. Par exemple, Gompf a récemment construit des plongements exotiques de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^4 [Gom23].

Le but de ce projet de thèse est d'utiliser l'homologie de Khovanov pour détecter ce genre de phénomènes. L'homologie de Khovanov est un outil combinatoire pour étudier les nœuds dans la 3-sphère ainsi que les cobordismes entre eux. Elle a été utilisée avec succès pour étudier les surfaces compactes (proprement) plongées [Ras10, HS22].

La stratégie consiste à adapter des idées de Gadgil [Gad10], dans le contexte de l'homologie d'Heegaard Floer et des 4-variétés non-compactes, à l'homologie de Khovanov et aux surfaces non-compactes.

Références

- [Gad10] Siddhartha Gadgil. Open manifolds, Ozsváth-Szabó invariants and exotic \mathbb{R}^4 's. *Expo. Math.*, 28(3) :254–261, 2010.
- [Gom23] Robert E. Gompf. Topologically trivial proper 2-knots. to appear in *Geom. Topol.*, 2023.
- [HS22] Kyle Hayden and Isaac Sundberg. Khovanov homology and exotic surfaces in the 4-ball. arXiv preprint arXiv:2108.04810, 2022.
- [Ras10] Jacob Rasmussen. Khovanov homology and the slice genus. *Invent. Math.*, 182(2) :419–447, 2010.