

Projet de thèse

Universalité des fluctuations des systèmes de particules en interaction

- **Superviseur:** Alessandra Occelli
- **Institution d'accueil:** Laboratoire Angevin de Recherche en Mathématiques, Université d'Angers

L'objectif principal de ce projet est d'étudier les comportements universels dans des systèmes physiques avec une dynamique stochastique microscopique sous-jacente, à partir des classes d'universalité Edward–Wilkinson (EW) et Kardar–Parisi–Zhang (KPZ). Nous considérerons principalement une classe de systèmes de particules en interaction, les processus d'exclusion. Ils décrivent des particules évoluant sur un réseau par des interactions de plus proche voisin satisfaisant une règle d'exclusion sur chaque site.

Le concept d'universalité est apparu en mécanique statistique dans l'étude des phénomènes critiques. Le comportement singulier d'un système près d'un point critique est caractérisé par des exposants critiques. Ces exposants décrivent la non-analyticité de diverses observables thermodynamiques. On peut constater empiriquement que différents systèmes peuvent être décrits par le même ensemble d'exposants critiques. On dit que ces systèmes appartiennent à la même classe d'universalité. Au cours des dernières décennies, le concept de classe d'universalité a été largement étudié et exploité : en particulier, on s'intéresse au regroupement des systèmes hors d'équilibre. Dans ce contexte, les classes d'universalité EW et KPZ jouent un rôle central. Considérons un modèle d'interface stochastique, décrit par une fonction $h(x, t)$, qui à chaque instant t donne le profil de hauteur de l'interface. On peut caractériser la classe d'universalité à laquelle appartient un processus en regardant la renormalisation spatio-temporelle avec exposants dynamiques α et z , i.e. $h^\epsilon(x, t) := \epsilon^{-1}h(\epsilon^{-1/\alpha}x, \epsilon^{z/\alpha}t)$. C'est une conjecture que les modèles partageant le même comportement dynamique devraient converger vers le même processus universel $H(x, t) := \lim_{\epsilon \rightarrow 0} h^\epsilon(x, t)$ sous l'opération de remise à l'échelle $1 : 1/\alpha : z/\alpha$.

Les systèmes physiques et mathématiques qui sont décrits par des statistiques gaussiennes, en raison d'une croissance linéaire et de l'absence de corrélation spatiale, appartiennent à la classe d'universalité EW dont l'invariance d'échelle est de 1:2:4. La classe d'universalité KPZ devrait inclure les modèles évoluant selon une dynamique aléatoire caractérisée par une croissance dépendante de la pente, un mécanisme de lissage et des interactions à courte distance. La mise à l'échelle KPZ est 1:2:3.

On envisage d'étudier les fluctuations du champ de densité pour des systèmes de particules avec une ou plusieurs espèces (correspondant à une ou plusieurs quantités conservées — e.g. les densités de masse pour chaque espèce) avec le but de montrer que les limites d'échelle des fluctuations des champs de densité sont décrites par des statistique des classe

KPZ et au-delà.

En fait, l'image statistique décrivant les fluctuations des processus d'exclusion et des interfaces aléatoires ne peut pas être illustrée que par les classes EW et KPZ. Dans le cas des systèmes multi-composants, le scénario est beaucoup plus large et moins bien compris; ce problème est apparu, en particulier, dans le contexte des chaînes d'oscillateurs non linéaires [Spohn '14]. La théorie de l'hydrodynamique fluctuante non linéaire a fourni un diagramme de phase complexe des classes d'universalité pour les systèmes à plusieurs composants. Selon les détails des modèles, les fluctuations des champs conservés peuvent être dans la classe EW, KPZ ou dans une famille discrète de classes d'universalité de Lévy dont les exposants dynamiques sont donnés par le quotient des nombres de Fibonacci consécutifs $z = 3/2, 5/3, 8/5, \dots$.

On vise à comprendre le phénomène de croisement entre les classes d'universalité pour les systèmes multi-composants. Jusqu'à présent, des résultats rigoureux ont été prouvés uniquement pour $z = 3/2, 5/3$. Notre intention est d'étendre la dérivation de ces lois universelles à d'autres classes d'universalité (c'est-à-dire d'autres exposants dynamiques), en définissant des processus microscopiques dont le comportement pour temps larges, encodé dans des SPDE universelles, montre une transition entre classes d'universalité.